

Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

MuPad löst auch für uns Gleichungen und Gleichungssysteme. Dazu dient der "solve" Befehl. In diesem wird die entsprechende Gleichung, bzw. Gleichungen und mit Komma getrennt, die Variable(n), nach der die Gleichungen aufzulösen sind, eingegeben.

In der Mittelstufe haben Sie die quadratischen Gleichungen und deren Lösung kennengelernt:

```
solve(3*x^2-4*x-2=9, x);  
solve(x^2+a*x+b=0, x);
```

$$\left\{ \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3}, \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{2}{3} \right\}$$
$$\left\{ -\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 4 \cdot b}}{2}, \frac{\sqrt{a^2 - 4 \cdot b}}{2} - \frac{a}{2} \right\}$$

Gibt es nur eine aufzulösende Variable dann kann diese auch weggelassen werden:

```
solve(3*x^2-4*x-2=9);
```

$$\left\{ \left[x = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3} \right], \left[x = \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{2}{3} \right] \right\}$$

Möchte man mit den Ergebnissen weiterarbeiten, dann ordnet man die Lösung der Gleichung wieder einer Variablen zu.

```
loes := solve(3*x^2-4*x-2=9, x);
```

$$\left\{ \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3}, \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{2}{3} \right\}$$

Achtung: loes ist eine Liste von Werten. Auf den 1. Wert in der Liste, also die 1. Lösung wird dann wie folgt zugegriffen:

```
loes[1];  
float(%);
```

$$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3}$$

-1.360920843

Manchmal werden auch Lösungen ausgegeben, die nicht in der Menge der reellen

Zahlen sondern in der complexen Zahlenmenge liegen:

```
solve(1-x^3,x)
```

$$\left\{1, -\left(\frac{1}{2} \cdot i\right) \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2} \cdot i\right) \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{2}\right\}$$

Wiederholen Sie obigen Befehl nachdem Sie mit der folgenden Anweisung erzwingen, dass nur noch reelle Zahlen betrachtet werden.

```
assume(Type::Real);
```

\mathbb{R}

Wir betrachten nun die beiden Funktionen f und g:

```
f := x -> 2*x^2;
```

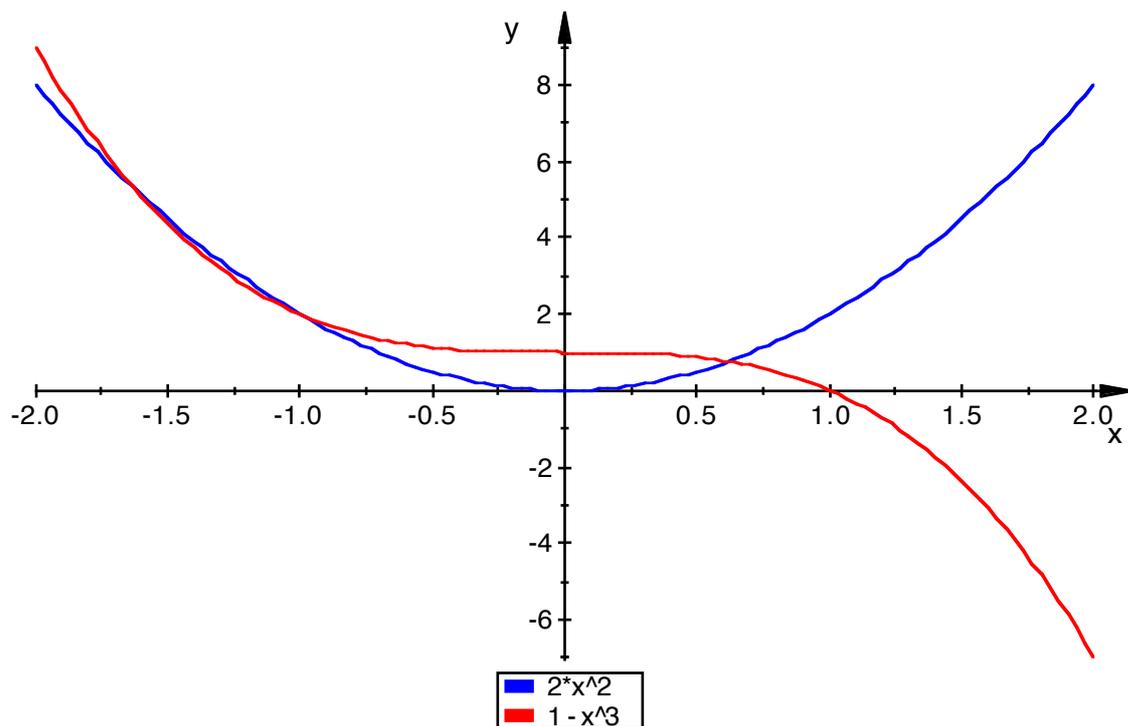
```
g := x -> 1-x^3;
```

$$x \rightarrow 2 \cdot x^2$$

$$x \rightarrow 1 - x^3$$

Die Grafik zeigt, dass sich die Graphen der Funktionen an 3 Stellen schneiden:

```
plotfunc2d(f(x),g(x),x=-2..2)
```



Mit der Lösung der Gleichung $f(x) = g(x)$ finden wir diese Stellen:

```
solve(f(x)=g(x),x);
```

$$\left\{ -1, -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right\}$$

Die Nullstellen findet man durch Lösen der Gleichungen $f(x)=0$, bzw. $g(x) = 0$:

`solve(f(x)=0,x);`

`solve(g(x)=0,x);`

$$\{0\}$$

$$\{1\}$$

Oft sind Gleichungen gar nicht exakt lösbar. Betrachten wir beispielsweise die Frage, wo sich der Graph der Normalparabel und der Graph der Exponentialfunktion schneiden:

`solve(x^2=exp(x)=0,x)`

$$\mathbb{R} \cap \text{solve}(x^2 - e^x = 0, x, \text{IgnoreProperties} = \text{true})$$

MuPad kann hier keine Lösung als Ausdruck angeben. Will man den vorhandenen (schauen Sie sich die Graphen in einem Koordinatensystem an) Schnittpunkt bestimmen, dann muss man auf **numerische Näherungsverfahren** zurückgreifen. Dies geschieht durch:

`numeric::solve(x^2=exp(x)=0,x)`

$$\{-0.7034674225\}$$

Gleichungssysteme mit mehreren Unbekannten werden im Prinzip gleich gelöst. Anstelle einer Gleichung und der aufzulösenden Variablen, übergibt man an den solve Befehl eine Liste (in geschweiften Klammern {} (alt-8,9)) von Gleichungen und Variablen:

`solve({x+y=2,x-y=1},{x,y})`

$$\left\{ \left[x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \right] \right\}$$

Übersichtlicher ist es in vielen Fällen, wenn man die einzelnen Gleichungen erst definiert und dann lösen lässt:

`g1 := x+y+z=2;`

`g2 := x-y-z=1;`

`g3 := 2*x+y-z=4;`

$$x + y + z = 2$$

$$x - y - z = 1$$

$$2 \cdot x + y - z = 4$$

`solve({g1,g2,g3},{x,y,z})`

$$\left\{ \left[x = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{4}, z = -\frac{1}{4} \right] \right\}$$

Sind die Variablen eindeutig "erkennbar" dann können diese auch weggelassen werden:

`solve({g1,g2,g3})`

$$\left\{ \left[x = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{4}, z = -\frac{1}{4} \right] \right\}$$