

## Übungsaufgaben Mathematik E2 April 2012/13

Kurvendiskussion und Anwendungen der Differentialrechnung: Erdt, Failer, Fritze-Jung, Kaufmann, Riemann, Schmidt, Boll

### **Länge eines Autobahnstaus**

Verkehrszählungen auf der A3 am Heumarer Dreieck in Fahrtrichtung Frankfurt haben ergeben, dass die Länge  $L$  des durchschnittlichen täglichen Autobahnstaus an Wochentagen in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  näherungsweise durch eine Ganzrationale Funktion vierten Grades mit dem Term

$$L(t) = 0,01 \cdot (-t^4 + 51t^3 - 943t^2 + 7497t - 21364)$$

mit  $7 \leq t \leq 20$  und  $t$  in Stunden sowie  $L$  in km

beschrieben werden. Die Zeitrechnung beginnt um Nulluhr eines Tages.

- a) Stellen Sie den Verlauf der durchschnittlichen Länge  $L$  des täglichen Autobahnstaus in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  zwischen 7.00 Uhr und 20.00 Uhr in einem geeigneten Koordinatensystem graphisch dar. Beschreiben Sie anhand der graphischen Darstellung mit eigenen Worten den zeitlichen Verlauf des Staus. Begründen Sie insbesondere, warum die Länge des Staus zwei Maxima hat.
- b) Berechnen Sie, um welche Uhrzeit der Stau beginnt und die Länge des Staus um 8.00 Uhr. Wie stark steigt die Staulänge zu diesem Zeitpunkt pro Stunde?
- d) Zu welchem Zeitpunkt ist der Stau am Vormittag am längsten? Berechnen Sie weiter, wie lang der Stau zu diesem Zeitpunkt ist.
- e) Üblicherweise werden im Verkehrsfunk im Radio Staus ab einer Länge von 2 km durchgegeben. Untersuchen Sie, ob der untersuchte Stau auch zwischen 12.00 Uhr und 13.00 Uhr ständig durchgegeben wird.
- f) Zu welchem Zeitpunkt ist der Stau am Nachmittag am längsten? Geben Sie die Länge an.
- g) Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt am Nachmittag die Zahl der Autos, die sich am Ende des Staus einreihen, genau so groß ist wie die Zahl der Autos, die am Anfang des Staus wieder freie Fahrt haben. Berechnen Sie weiter, wie lang der Stau zu diesem Zeitpunkt ist.
- h) Bestimmen Sie näherungsweise, d.h. entweder zeichnerisch oder aber durch ein numerisches Verfahren, um welche Uhrzeit der Stau endet.
- i) Bei einem aktuellen Stau wird gemessen, dass der Stau um 9.00 Uhr bereits 4 km lang ist.

Geben Sie eine oder auch mehrere rechnerisch begründete Prognosen an, wie lang der aktuelle Stau am Nachmittag maximal sein wird.