

Lösungen des Wochenplans zur Funktionsbestimmung und Steckbriefaufgaben.

Aufgabe 2. (Diese weist unerwartete Schwierigkeiten auf!)

Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion mit: $P(0|-2)$ ist Punkt des zugehörigen Graphen, $W(2|0)$ ist Wendepunkt und an der Stelle $x = 3$ liegt ein Maximum vor.

Es liegen 4 unabhängige Informationen vor also definieren wir eine beliebige Funktion 3. Grades mit 4 Variablen:

$$f := x \rightarrow a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$
$$x \rightarrow a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

Wir setzen die Bedingungen in entsprechende Gleichungen um:

$$\begin{aligned} G1 &:= f(2)=0; \\ G2 &:= f'(3)=0; \\ G3 &:= f''(2)=0; \\ G4 &:= f(0)=-2; \end{aligned}$$
$$8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 0$$
$$27 \cdot a + 6 \cdot b + c = 0$$
$$12 \cdot a + 2 \cdot b = 0$$
$$d = -2$$

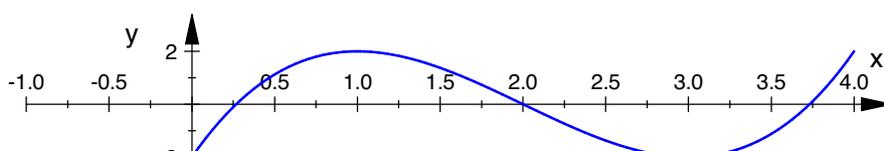
Lösen das Gleichungssystem

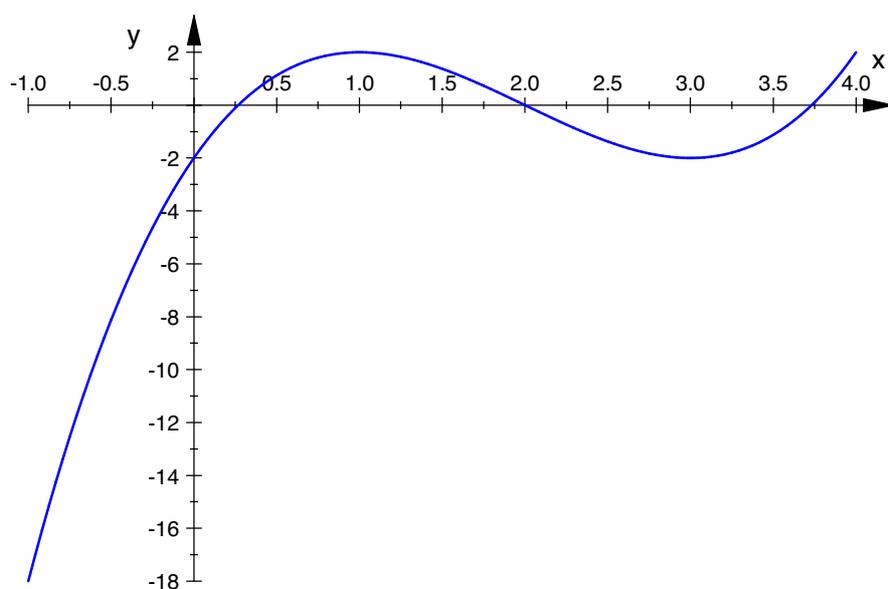
$$\text{solve}(\{G1, G2, G3, G4\});$$
$$\{[a = 1, b = -6, c = 9, d = -2]\}$$

und definieren damit die gesuchte Lösungsfunktion

$$f1 := x \rightarrow x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 2;$$
$$x \rightarrow x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 2$$

$$\text{plotfunc2d}(f1(x), x=-1..4)$$





Die gefundene Lösung ist nicht richtig im Sinne der Aufgabestellung da bei $x=3$ kein Maximum sondern eine Minimum vorliegt. Dies erklärt sich aus der Tatsache, dass wir als Bedingung dort lediglich $f'(3)=0$ haben. Dies lässt sowohl Maxima als auch Minima zu.

Wollen wir eine Lösung erzwingen dann können wir z.B. eine hinreichende Bedingung für Maximumstellen verwenden. Wir fordern zusätzlich, dass bei $x=3$ die 2. Ableitung negativ sein soll.

Im Prinzip können wir jetzt einen beliebigen negativen Wert vorgeben. z.B. $f''(3)=-1$. die Anzahl der Informationen steigt damit auf 5 und wir definieren also eine beliebige Funktion 4. Grades

```
f := x -> a*x^4 + b*x^3 + c*x^2 + d*x + e;
G1 := f(2)=0;
G2 := f'(3)=0;
G3 := f''(2)=0;
G4 := f(0)=-2;
G5 := f''(3)=-1;
solve({G1,G2,G3,G4,G5});
```

$$x \rightarrow a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$$

$$16 \cdot a + 8 \cdot b + 4 \cdot c + 2 \cdot d + e = 0$$

$$108 \cdot a + 27 \cdot b + 6 \cdot c + d = 0$$

$$48 \cdot a + 12 \cdot b + 2 \cdot c = 0$$

$$e = -2$$

$$108 \cdot a + 18 \cdot b + 2 \cdot c = -1$$

$$\left\{ \left[a = -\frac{1}{12}, b = \frac{2}{3}, c = -2, d = 3, e = -2 \right] \right\}$$

```
f11 := x -> (-1/12)*x^4 +(2/3)*x^3+(-2)*x^2+3*x-2;
```

$$x \rightarrow \frac{2 \cdot x^3}{3} - \frac{x^4}{12} - 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 2$$

```
plotfunc2d(f11(x),x=-1..4,YRange=-3..3)
```

