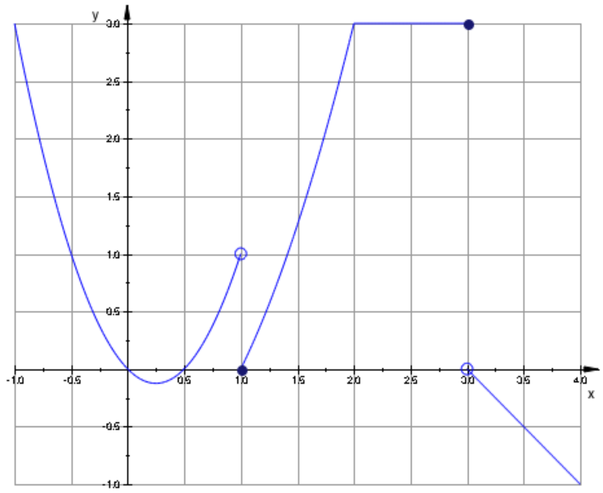
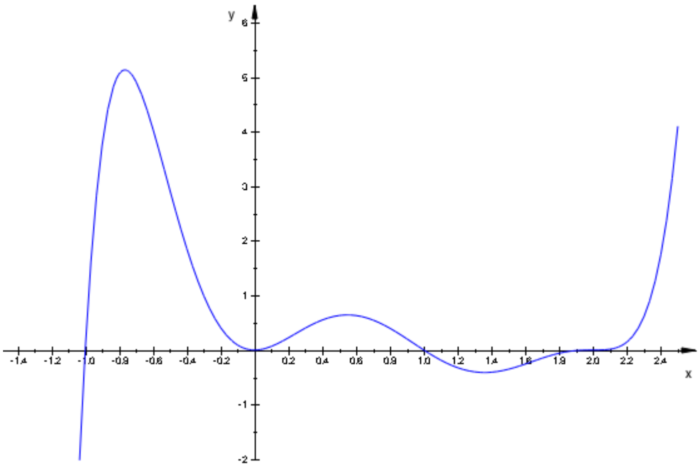
Mathematik Stufe 11, Boll, Fischer Eichendorffschule 04/2009

Wochenplanaufgaben zu Monotonie und Extremstellen

1. Gegeben ist in der nebenstehenden Graphik der Graph einer Funktion, die im Intervall [-1,4] definiert ist.
   a) Gebe die Intervalle an, in denen der Funktionsgraph monoton steigend, streng monoton steigend, monoton fallend bzw. streng monoton fallend ist.
   b) Untersuche den Graphen auf lokale, globale und Randextremstellen und gebe diese begründet an.
   c) Begründe, an welchen Stellen im Definitionsbereich der Funktion die Funktion nicht stetig ist.
   d) Skizziere in die Graphik den Graph der Ableitung der Funktion.



2. In der nebenstehenden Graphik ist der Graph der Ableitung einer Funktion dargestellt.
   a) An welchen Stellen muss der Graph der Originalfunktion Extremstellen besitzen. Entscheide und begründe, welcher Art diese Extremstellen sind?
   b) Skizziere in die Graphik einen möglichen Verlauf der Originalfunktion.



3. Nimm durch begründete Beispiele oder Gegenbeispiele Stellung zu den folgenden Aussagen:
   a) Wenn $f'(x_e) = 0$ dann ist in x_e eine Extremstelle einer differenzierbaren Funktion f
   b) Wenn x_e eine Extremstelle einer differenzierbaren Funktion ist dann gilt: $f'(x_e) = 0$
   c) Wenn x_e eine Extremstelle einer differenzierbaren Funktion ist dann gilt: $f'(x_e) = 0$ und $f''(x_e) <> 0$
   d) Wenn $f'(x_e) = 0$ und f' einen Vorzeichenwechsel in x_e durchführt dann ist in x_e eine Extremstelle einer differenzierbaren Funktion f

4. Bestimme alle Extremstellen der Funktion f mit $f(x)=3\cdot x^3+5\cdot x^2+1 \; und \; x\in\mathbb{R}$. Wende als hinreichende Bedingung sowohl das Vorzeichenwechselkriterium als auch das Kriterium mit der 2. Ableitung an und überprüfe Deine Ergebnisse durch Zeichnen des Graphen.

5. Gegeben ist nun die Schar von Funktionen f_a mit $f_a(x)=a\cdot x^3+x^2 \; und \; x\in\mathbb{R}, a\in\mathbb{R}$
   a) Erstelle eine Animation des Graphen der Funktionenschar und beobachte, wie sich die Lage des Hochpunktes mit der Variation von a verändert.
   b) Untersuche die Funktionenschar auf Extremstellen und weise nach, dass es für alle a nur jeweils einen lokalen Hochpunkt gibt. Bestimme diesen Hochpunkt.
   c) Zeige, dass der Hochpunkt der Funktionen sich auf der Ortskurve K mit $K(x)=\frac{x^2}{3}$ bewegt, wenn a animiert wird. Überprüfe in einer Graphik.