Kurvendisskusion mit MuPad

Lösungsweg von Sebastian Rübner 02.06.2015

Definieren der gegebenen Funktion:

```
assume(Type::Real)
```

$\mathbb{R}$

```
f:=x->1/2*x^3-4*x^2+8*x
```

$$x \to \frac{x^3}{2} - 4 \cdot x^2 + 8 \cdot x$$

Kurvendiskussion:

1. Definitionsbereich:
Keine Einschränkung, daher alle reelen Zahlen: IR .

----

2. Wertebereich:
Da der Grad der ganzrationalen Funktion ungerade ist und der Vorfaktor positiv, werden alle reelen Zahlen als Funktionswerte angenommen: IR .

----

3. Ableitungen:

Erste Ableitung

```
f'(x);
```

$$\frac{3 \cdot x^2}{2} - 8 \cdot x + 8$$

Zweite Ableitung

```
f''(x)
```

$$3 \cdot x - 8$$

Dritte Ableitung


```
f'''(x)
```

$$3$$

3

- - - - - - - - - - - - - - -

4. Symmetrie des Graphen:

```
bool(f(x)=f(-x))
```

FALSE

=>nicht Achsensymmetrisch zur y-Achse

```
bool(f(x)=-f(-x))
```

FALSE

=>nicht Punktsymmetrisch zum Ursprung

Daher ist keine Symmetrie erkennbar.

- - - - - - - - - - - - - - -

5. Nullstellen:

```
solve(f(x)=0,x)
```

$\{0, 4\}$

NST sind x-1= 0 und x_2= 4 .

- - - - - - - - - - - - - - -

6. Verhalten für IxI -> ∞ :

```
limit(f(x),x=+infinity)
```

∞

```
limit(f(x),x=-infinity)
```

$-\infty$

- - - - - - - - - - - - - - -

7. Extrempunkte:

Notwendige Bedingung für Extrema

```
solve(f'(x)=0,x)
```

$$\left\{\frac{4}{3}, 4\right\}$$

mögliche Extrema bei xe_1= 4/3 und xe_2= 4.

Hinreichende Bedingung für Extrema

```
f''(4/3);
f''(4);
```

$$-4$$

$$4$$

=> an xe_1= 4/3 liegt ein Hochpunkt, da f''(4/3)<0 .
an xe_2= 4 liegt ein Tiefpunkt, da f''(4)>0 .

y-Koordinaten der Extrema

```
f(4/3);
float(f(4/3));
f(4);
```

$$\frac{128}{27}$$

$$4.740740741$$

$$0$$

HP liegt bei (4/3 I 128/27) bzw. (4/3 I ca. 4,74) ,
TP liegt bei (1 I -2/3).
- - - - - - - - - - - - - - -

8. Wendepunkte:

Notwendige Bedingung für Wendestellen

```
solve(f''(x)=0,x)
```

$$\left\{\frac{8}{3}\right\}$$

=> mögliche Wendestelle bei xw= 8/3

=> mögliche Wendestelle bei xw= 8/3

Hinreichende Bedingung für Wendestellen

```
f''(8/3-0.1);
f''(8/3+0.1);
f'''(8/3)
```

-0.3

0.3

3

=> Rechts-Links-Wendestelle bei x=0, da
* f'''(0)>0 bzw.
* wg. des VZW von negativ zu positiv der zweiten Ableitung.

y-Koordinaten der Wendestelle

```
float(8/3);
f(8/3);
float(f(8/3))
```

2.666666667

$\frac{64}{27}$

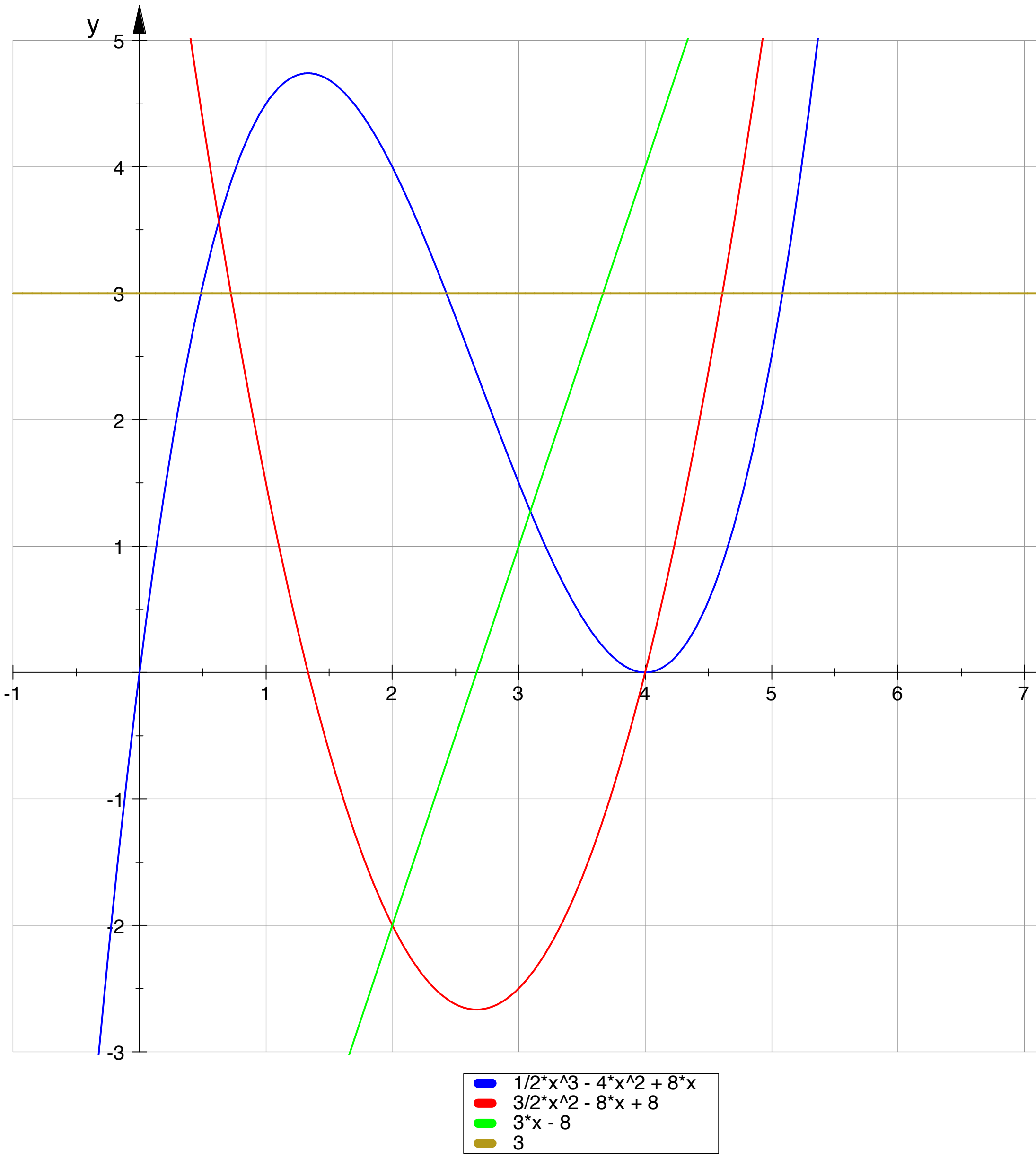
2.37037037

Wendepunkt WP(8/3 I 64/27) bzw. WP(ca. 2,667 I ca. 2,37) .
- - - - - - - - - - - - - - -

9. Graph:

Blau = Ausgangsfunktion
Rot = Funktion der ersten Ableitung

```
plotfunc2d(f(x),f'(x), f''(x), f'''(x),x=-1..8, YRange=-3..5, Sc
```



y
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-1
1
2
3
4
5
6
7
1/2*x^3 - 4*x^2 + 8*x
3/2*x^2 - 8*x + 8
3*x - 8
3