

Kurvendiskussion mit MuPad

Definieren der gegebenen Funktion:

```
assume(Type::Real) //Bewertung: 1
R
f:=x->1/10*x^5-4/3*x^3+6*x //Bewertung: 1
```

$$x \rightarrow \frac{x^5}{10} - \frac{4 \cdot x^3}{3} + 6 \cdot x$$

Kurvendiskussion:

1. Definitionsbereich:

Keine Einschränkung, daher alle reellen Zahlen: \mathbb{R} .

2. Wertebereich:

Da der Grad der ganzrationalen Funktion ungerade ist und der Vorfaktor positiv, werden alle reellen Zahlen als Funktionswerte angenommen: \mathbb{R} .

3. Ableitungen:

Erste Ableitung

```
f'(x);
```

$$\frac{x^4}{2} - 4 \cdot x^2 + 6$$

Zweite Ableitung

```
f''(x)
```

$$2 \cdot x^3 - 8 \cdot x$$

Dritte Ableitung

```
f'''(x)
```

$$6 \cdot x^2 - 8$$

$$6 \cdot x^2 - 8$$

4. Symmetrie des Graphen:

```
[ bool(f(x)=f(-x)) //Bewertung: 1
```

```
  FALSE
```

=>nicht Achsensymmetrisch zur y-Achse

```
[ bool(f(x)=-f(-x)) //Bewertung: 1
```

```
  TRUE
```

=>Punktsymmetrisch zum Ursprung

----- //Insg. Bewertung: 2

5. Nullstellen:

```
[ solve(f(x)=0,x) //Bewertung: 1
```

```
  {0}
```

Die einfache NST ist $x_0 = 0$.

Es gibt keine weiteren.

(Es können "maximal" fünf Nullstellen geben, da der Grad der Funktion 5 ist.)

```
//Bewertung: 1
```

----- //Insg. Bewertung: 2

6. Verhalten für $|x| \rightarrow \infty$:

```
[ limit(f(x),x=+infinity) //Bewertung: 1
```

```
  ∞
```

```
[ limit(f(x),x=-infinity) //Bewertung: 1
```

```
  -∞
```

----- //Insg. Bewertung: 2

7. Extrempunkte:

Notwendige Bedingung für Extrema

```
[ solve(f'(x)=0,x) //Bewertung: 1
```

```
| solve(f'(x)=0,x) //Bewertung: 1
```

$$\{-\sqrt{2}, -\sqrt{6}, \sqrt{2}, \sqrt{6}\}$$

```
| float(%)
```

$$\{-2.449489743, -1.414213562, 1.414213562, 2.449489743\}$$

Mögliche Extrema liegen bei zirka $x_{e_1} = -2.45$, $x_{e_2} = -1.41$, $x_{e_3} = 1.41$ und $x_{e_4} = 2.45$.

Hinreichende Bedingung für Extrema //Bewertung: 1

```
| f''(-sqrt(6));  
| f''(-sqrt(2));  
| f''(sqrt(2));  
| f''(sqrt(6));
```

$$-4 \cdot \sqrt{6}$$

$$4 \cdot \sqrt{2}$$

$$-4 \cdot \sqrt{2}$$

$$4 \cdot \sqrt{6}$$

=> An $x_{e_1} = -2.45$ liegt ein Hochpunkt, da $f''(-\sqrt{6}) < 0$.

//Bewertung: 1

An $x_{e_2} = -1.41$ liegt ein Tiefpunkt, da $f''(-\sqrt{2}) > 0$. //Bewertung:

1

An $x_{e_3} = 1.41$ liegt ein Hochpunkt, da $f''(\sqrt{2}) < 0$.

An $x_{e_4} = 2.45$ liegt ein Tiefpunkt, da $f''(\sqrt{6}) > 0$.

y-Koordinaten der Extrema //Bewertung: 1

```
| f(-sqrt(6));  
| float(f(-sqrt(6)));
```

3

$$-\frac{8 \cdot \sqrt{6}}{5}$$

$$-\frac{8 \cdot \sqrt{6}}{5}$$

-3.919183588

```
f(-sqrt(2));  
float(f(-sqrt(2)));
```

$$-\frac{56 \cdot \sqrt{2}}{15}$$

-5.279730633

```
f(sqrt(2));  
float(f(sqrt(2)));
```

$$\frac{56 \cdot \sqrt{2}}{15}$$

5.279730633

```
f(sqrt(6));  
float(f(sqrt(6)));
```

$$\frac{8 \cdot \sqrt{6}}{5}$$

3.919183588

HPE liegt zirka bei (- 2.45 | - 3.92) bzw. (1.41 | 5.28), //Bewertung: 1
TP liegt zirka bei (- 1.41 | - 5.28) und (2.45 | 3.92).

----- //Insg. Bewertung: 6

8. Wendepunkte:

Notwendige Bedingung für Wendestellen //Bewertung: 1

```
[ solve(f''(x)=0,x)
  {-2, 0, 2}
```

=> mögliche Wendestellen bei $x_{w_1} = -2$, $x_{w_2} = 0$, und $x_{w_3} = 0$.

Hinreichende Bedingung für Wendestellen //Bewertung: 1

```
[ f''(-2-0.1);
  f''(-2+0.1);
  f'''(-2)
  -1.722
  1.482
  16
```

=> Rechts-Links-Wendestelle bei $x_{w_1} = -2$, da

* $f'''(0) > 0$ bzw.

* wg. des VZW von negativ zu positiv der zweiten Ableitung. //Bewertung:

1

```
[ f''(0-0.1);
  f''(0+0.1);
  f'''(0)
  0.798
  -0.798
  -8
```

=> Links-Rechts-Wendestelle bei $x_{w_2} = 0$, da

* $f'''(0) < 0$ bzw.

* wg. des VZW von positiv zu negativ der zweiten Ableitung.

```
f''(2-0.1);  
f''(2+0.1);  
f'''(2)
```

- 1.482

1.722

16

=> Rechts-Links-Wendestelle bei $x_{w_3} = 2$, da

* $f'''(0) > 0$ bzw.

* wg. des VZW von negativ zu positiv der zweiten Ableitung.

y-Koordinaten der Wendestellen

```
f(-2);  
float(f(-2));  
f(0);  
float(f(0));  
f(2);  
float(f(2))
```

$\frac{68}{15}$

- 4.533333333

0

0.0

$\frac{68}{15}$

4.533333333

Wendepunkte // **Bewertung: 1**

WP_1(-2 | $\frac{68}{15}$) bzw. WP(-2 | ca. -4.53),

WP_2(0 | 0) und

WP_3(2 | $\frac{68}{15}$) bzw. WP(2 | ca. 4.53).

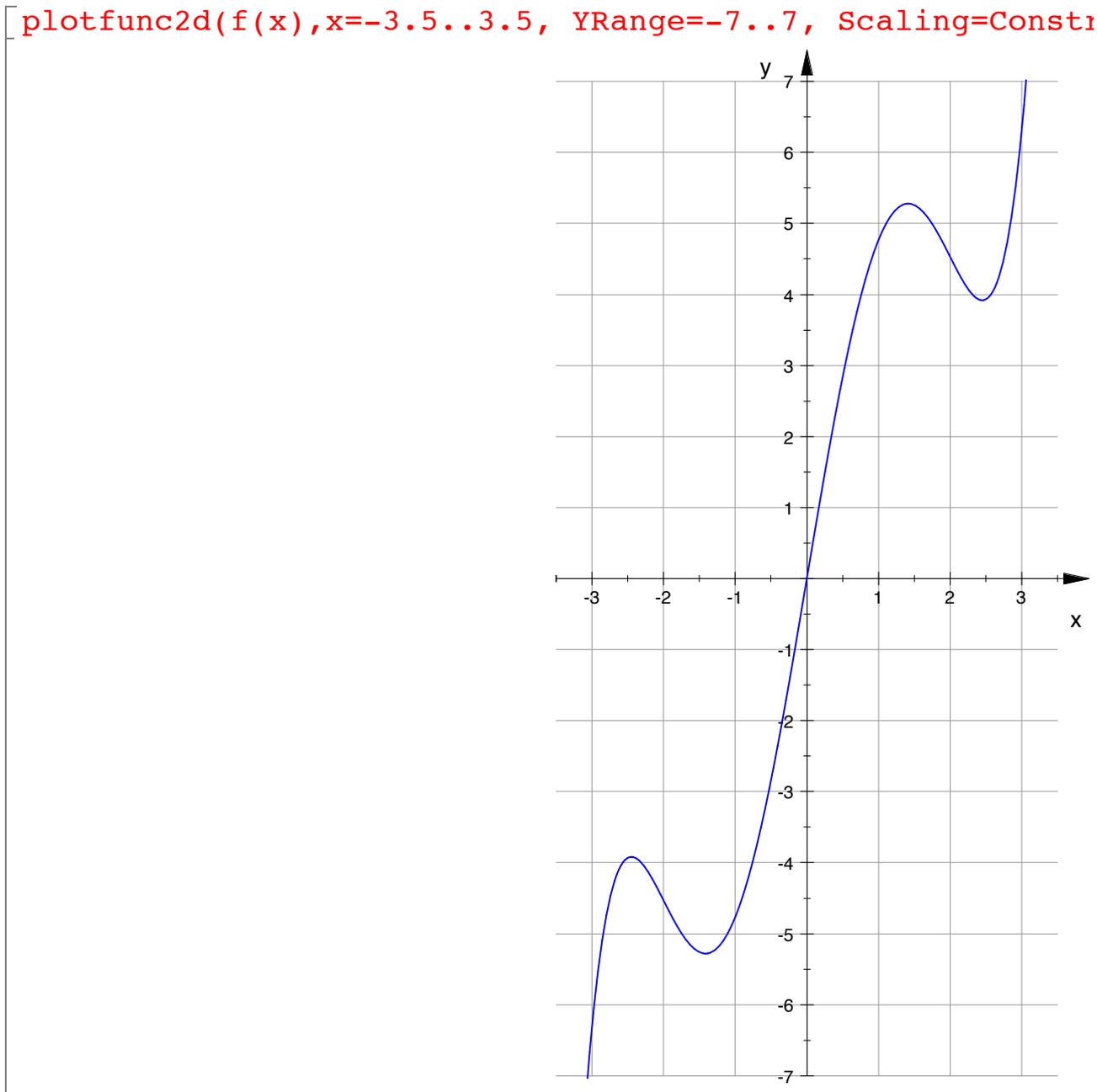
WP_3(2 | 68/15) bzw. WP(2 | ca. 4.53) .

----- //Insg. Bewertung: 4

9. Graph:

Bitte den gezeichneten Ausschnitt so wählen, dass alle wichtigen Punkte des Graphen gut zu sehen sind. //Bewertung: 2

```
plotfunc2d(f(x),x=-3.5..3.5, YRange=-7..7, Scaling=Const
```



Nicht gefordert:

Blau = Ausgangsfunktion
Rot = Funktion der ersten Ableitung
Grün = Funktion der zweiten Ableitung
Braun = Funktion der dritten Ableitung

plotfunc2d(f(x), f'(x), f''(x), f'''(x), x=-3.5..3.5, YRange=

